

Realizacija elektronskih sklopov

Zanesljivost

M. Jankovec

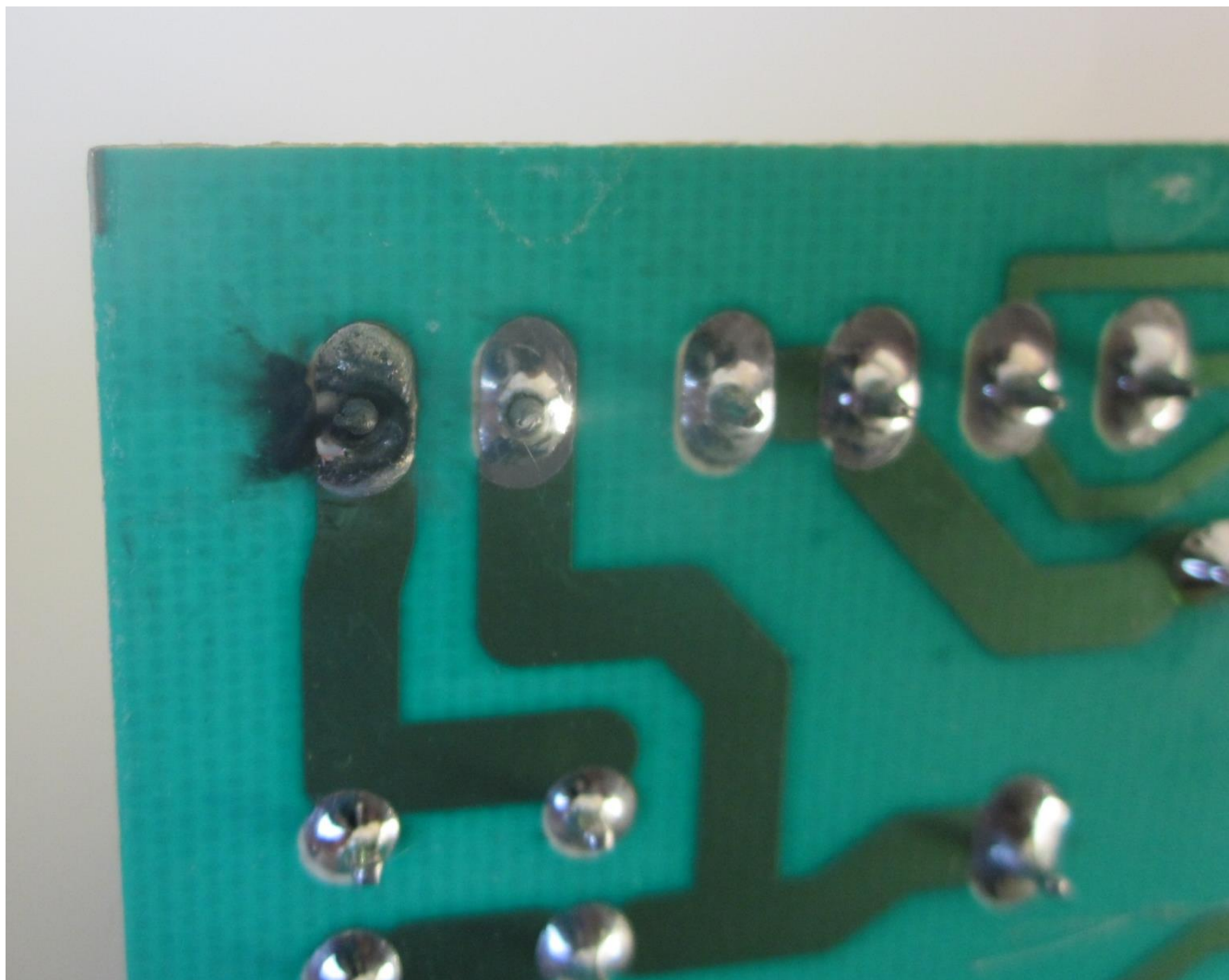
Napaka izdelka



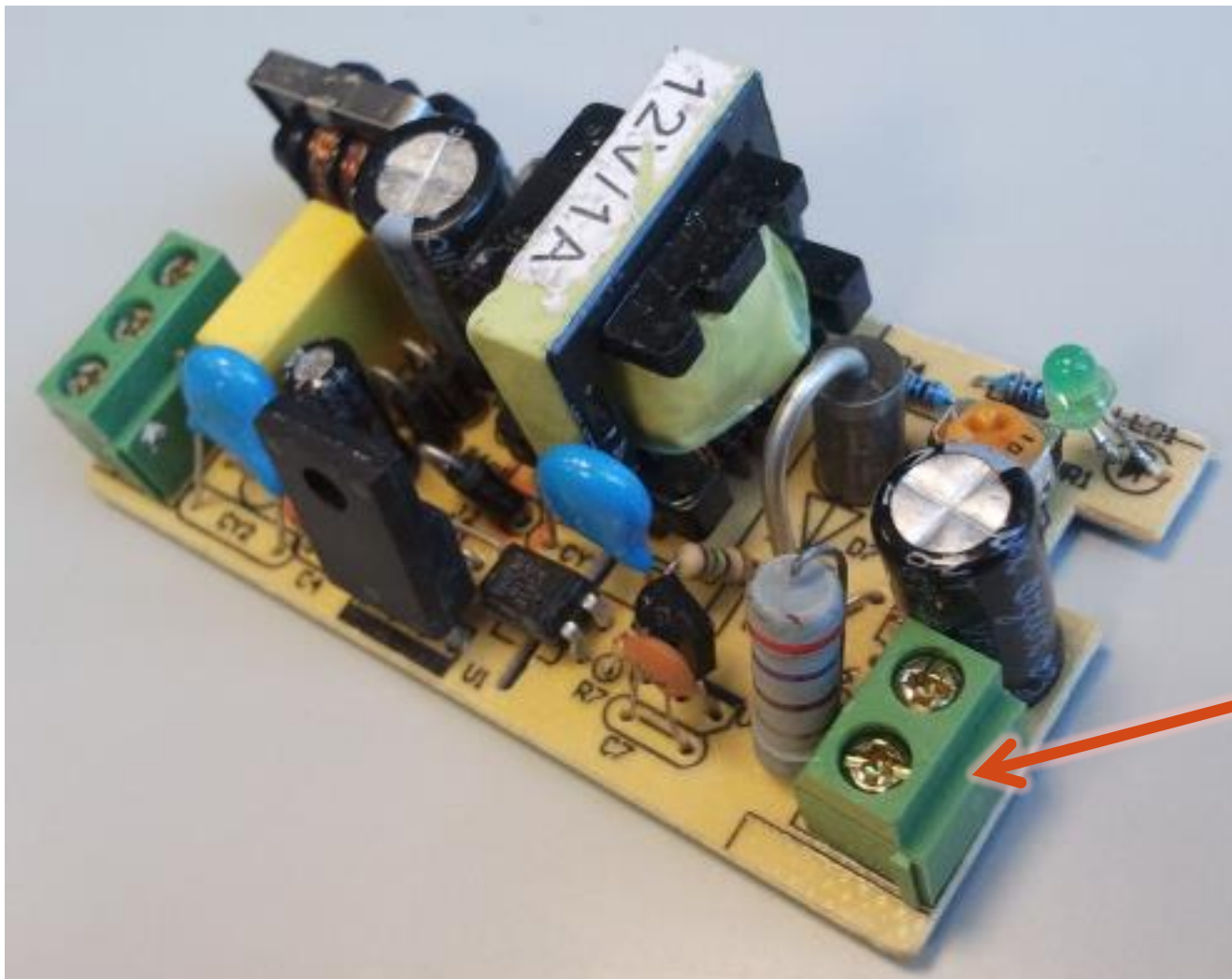
Napaka izdelka



Napaka izdelka



Napaka izdelka



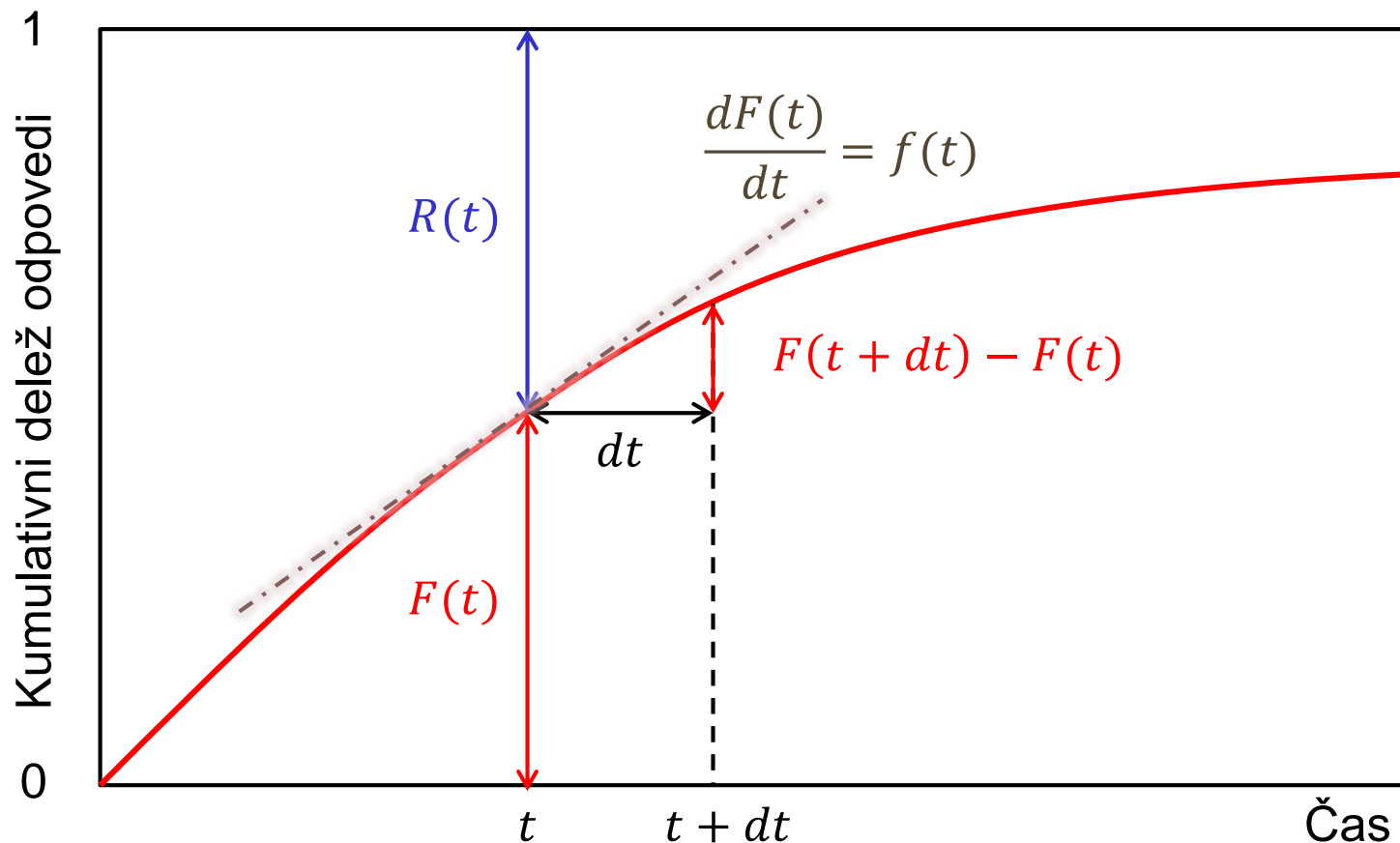
Osnovni pojmi

- **Zanesljivost** (R – *reliability*) je verjetnost, da bo naprava v nekem trenutku od začetka delovala
- **Verjetnost odpovedi** (F - *faliure*) podaja verjetnost, da je naprava v nekem trenutku okvarjena.
- V nekem trenutku je naprava lahko delujoča ali ne, zato za vsak časovni trenutek t velja:

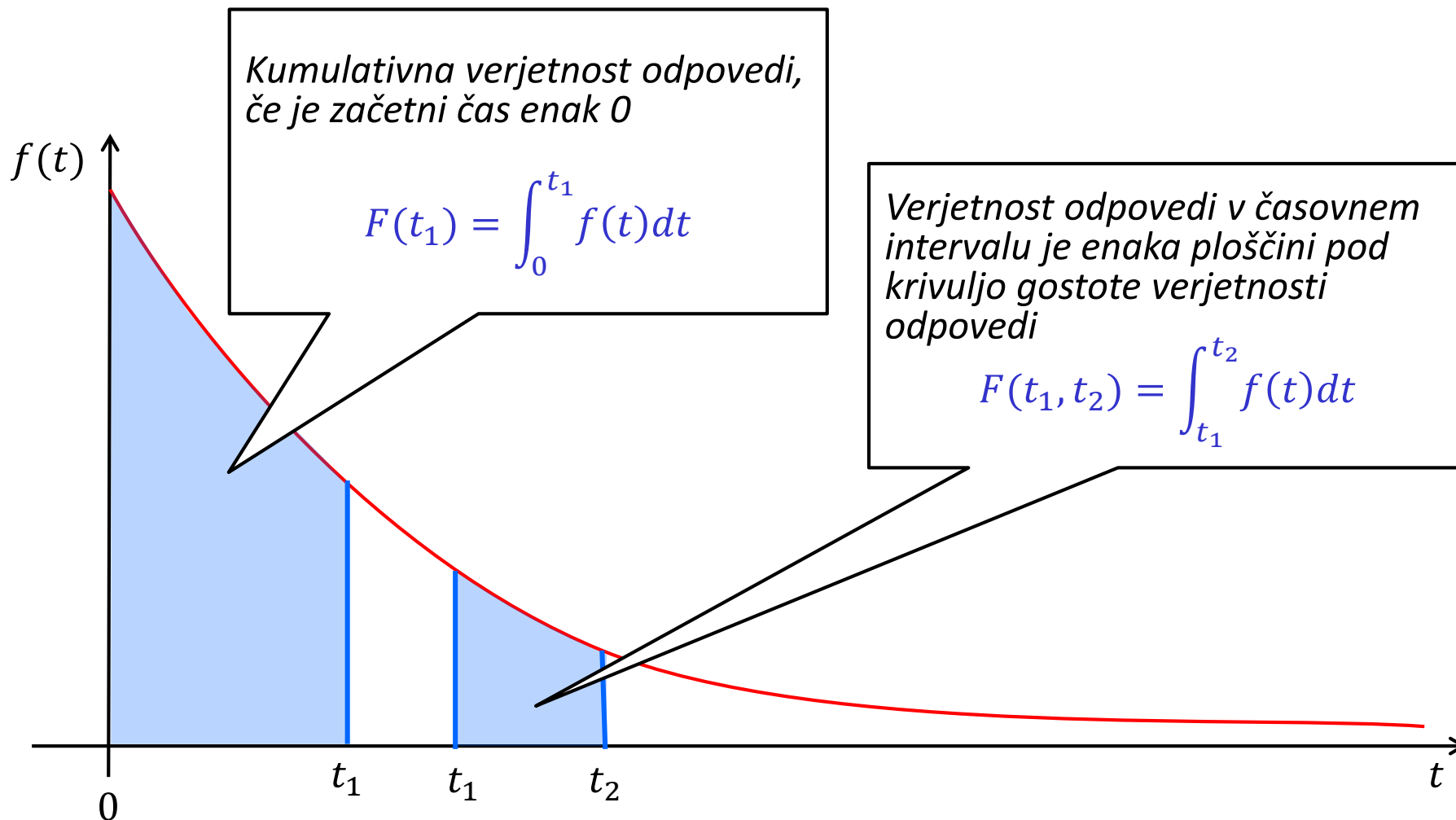
$$R(t) + F(t) = 1$$

Osnovni pojmi

- **Gostota verjetnosti odpovedi** ($f(t)$) je relativna hitrost odpovedi v nekem trenutku



Osnovni pojmi



Osnovni pojmi

- Srednji čas do odpovedi (MTTF - mean time to failure) je povprečni čas, v katerem naprava odpove.
- Definiran je kot časovno uteženo povprečje gostote verjetnosti odpovedi

$$MTTF = \frac{\int_0^{\infty} tf(t)dt}{\int_0^{\infty} f(t)dt} = \int_0^{\infty} tf(t)dt$$

Osnovni pojmi

- Pogostost odpovedi (λ - failure rate), tudi faktor tveganja (hazard rate), je povprečni delež odpovedi v časovni enoti.
 - Definirana je kot hitrost spremembe (strmina) deleža odpovedi glede na delež delujočih naprav

$$\lambda(t) = \frac{dF(t)}{dt} / (1 - F(t)) = \frac{f(t)}{R(t)} = -\frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt}$$

- Gostota verjetnosti odpovedi $f(t)$ je normirana na celotno populacijo, pogostost odpovedi $\lambda(t)$ pa je normirana na padajočo uporabno populacijo. Velja $\lambda(0) = f(0)$, ker je $R(0) = 1$.

Osnovni pojmi

- Pogostost odpovedi λ lahko izrazimo v
 - katerikoli časovni enoti, najpogosteje na uro
 - na preklop, vrtljaj, meter, itd..
 - Se zapiše v inženirskem zapisu kot okvare na milijon ali 10^{-6} , posebno za posamezne komponente, kjer je frekvenca okvar majhna.
- **Failures In Time (FIT)** je enota za pogostost odpovedi elementov, ki se največ uporablja v polprevodniški industriji.
 - To je število okvar, ki ga pričakujemo na milijardo (10^9) element-ur obratovanja (okrog 114155 element-let).
 - Primer:
 - Sistem s 100.000 elementi ima 1 okvaro na mesec

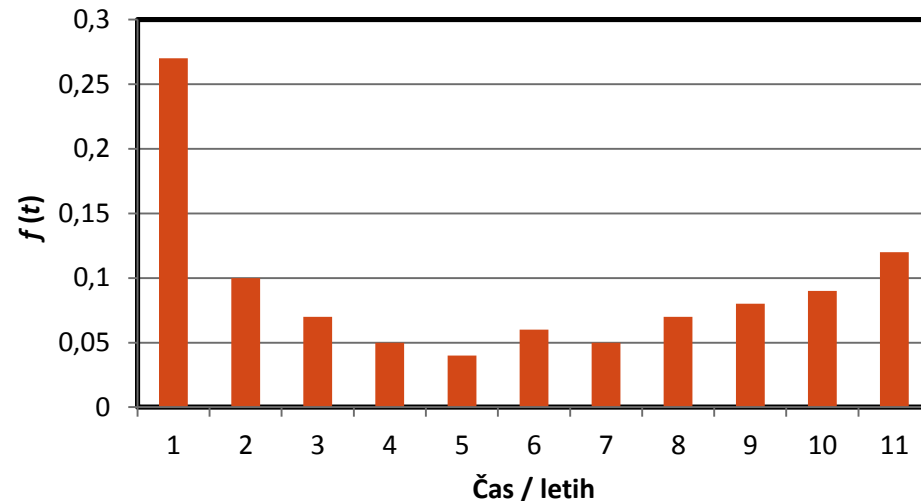
$$\lambda = \frac{1 \text{ okvara}}{100000 \text{ elementov} \cdot 30 \cdot 24 \text{ ur}} = 14 \cdot 10^{-9} = 14 \text{ FIT}$$

Primer MTTF in λ

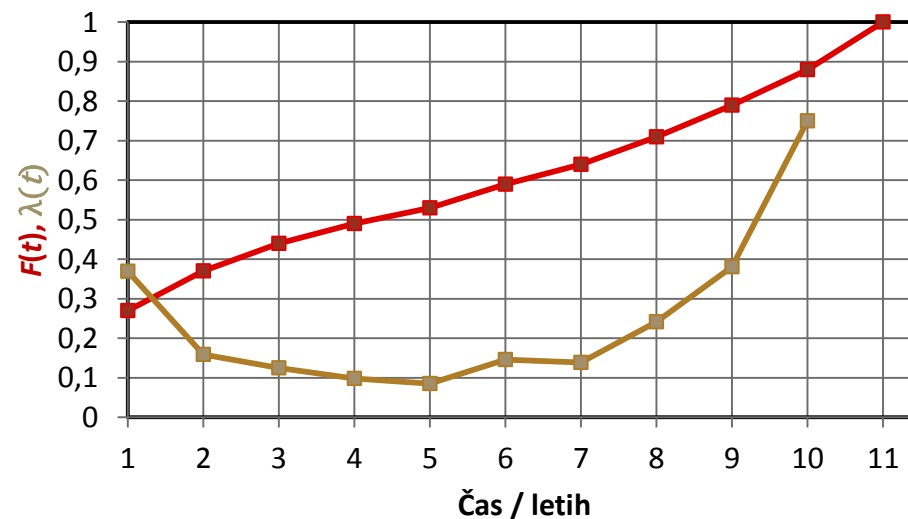
t	število odpovedi v letu	f(t)	F(t)	λ	t*f(t)
0	0	0	0		0
1	27	0,27	0,27	0,369863	0,27
2	10	0,1	0,37	0,15873	0,2
3	7	0,07	0,44	0,125	0,21
4	5	0,05	0,49	0,098039	0,2
5	4	0,04	0,53	0,085106	0,2
6	6	0,06	0,59	0,146341	0,36
7	5	0,05	0,64	0,138889	0,35
8	7	0,07	0,71	0,241379	0,56
9	8	0,08	0,79	0,380952	0,72
10	9	0,09	0,88	0,75	0,9
11	12	0,12	1		1,32
SUM	100	1			5,29

MTTF = 5,29 let

Letna pogostost odpovedi

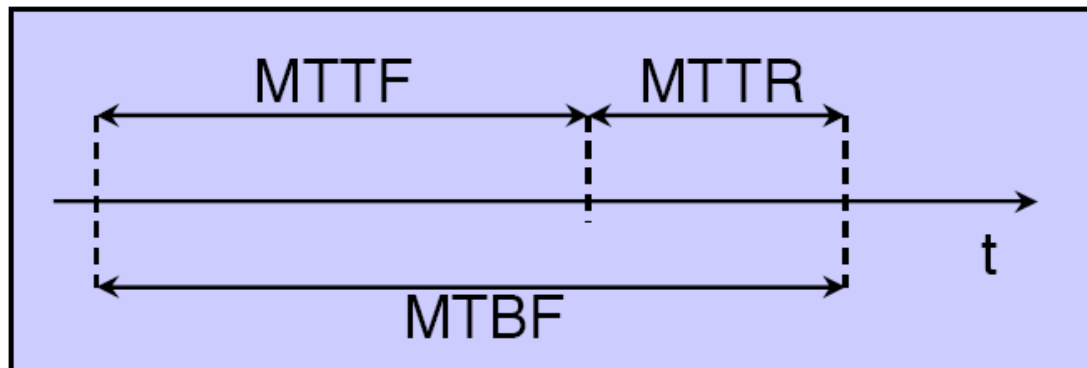


Kumulativni delež odpovedi in pogostost odpovedi



Osnovni pojmi

- **Srednji čas do odpovedi** (*MTTF - mean time to failure*) je čas od začetka delovanja do okvare naprave.
- **Srednji čas za popravilo** (*MTTR - mean time to repair*) je čas od nastopa okvare do ponovnega delovanja naprave.
- **Srednji čas med odpovedima** (*MTBF - mean time between failure*) je čas od enega začetka (ponovnega) delovanja do naslednjega začetka (ponovnega) delovanja naprave.
- **Življenjska doba** (*LT- life time*) izdelka je povprečen čas, ki mine do trenutka, ko zanesljivost pade na izbrano minimalno vrednost R_{min} .



$$MTBF = MTTF + MTTR$$

Povezave pojmov

	$R(t)$	$F(t)$	$f(t)$	$\lambda(t)$
$R(t) =$	1	$1 - F(t)$	$1 - \int_0^t f(t) dt$	$e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$
$F(t) =$	$1 - R(t)$	1	$\int_0^t f(t) dt$	$1 - e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$
$f(t) =$	$-\frac{dR(t)}{dt}$	$\frac{dF(t)}{dt}$	1	$\lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$
$\lambda(t) =$	$-\frac{d(\ln R(t))}{dt}$	$\frac{1}{1 - F(t)} \cdot \frac{dF(t)}{dt}$	$\frac{f(t)}{1 - \int_0^t f(t) dt}$	1

Časovni potek zanesljivosti

- Zanesljivost je komplement kumulativne verjetnosti odpovedi in predstavlja delež delujočih naprav

$$R(t) = 1 - F(t)$$

- Sprememba deleža delujočih naprav v majhnem časovnem intervalu dt je enako

$$dR(t) = -dF(t)$$

- Sprememba deleža odpovedi je sorazmerna pogostosti odpovedi $\lambda(t)$ in deleža delujočih naprav

$$\frac{dF(t)}{dt} = f(t) = R(t)\lambda(t)$$

$$-\frac{dR(t)}{dt} = R(t)\lambda(t)$$

- Po preoblikovanju dobimo diferencialno enačbo

$$R(t) + \frac{1}{\lambda(t)} \frac{dR(t)}{dt} = 0$$

EkspONENTNA PORAZDELITEV ZANESLJIVOSTI

- Če je pogostost odpovedi v času konstantna $\lambda(t) = \lambda$, dobimo linearno diferencialno enačbo prvega reda. Rešitev je eksponentna funkcija. Zanesljivost na začetku $R(0)$ je enaka 1.

$$R(t) = R(0)e^{-\lambda t} = e^{-\lambda t}$$

- V tem primeru je funkcija gostote verjetnosti odpovedi

$$f(t) = \lambda R(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

- srednji čas do odpovedi

$$MTTF = \int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

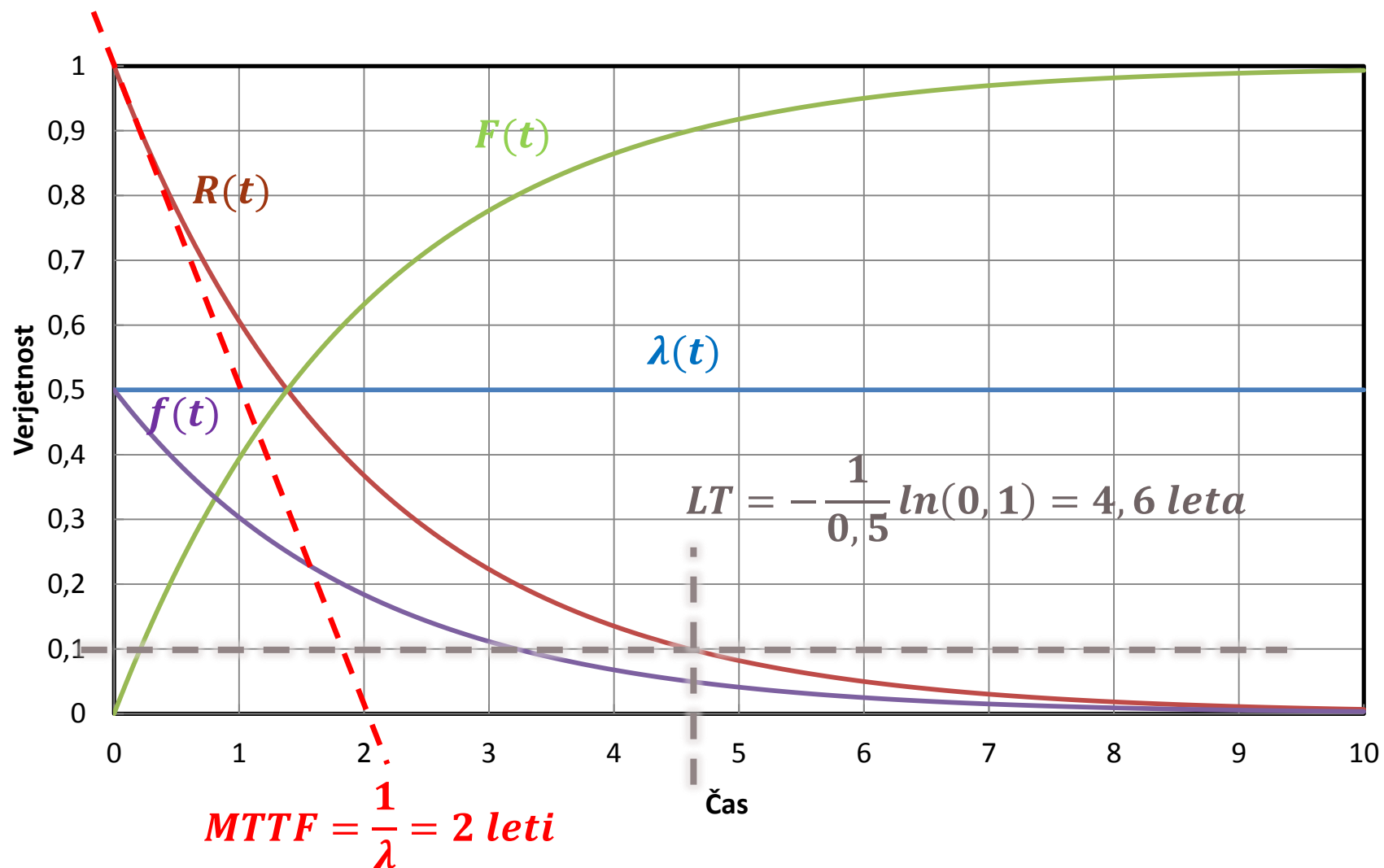
- Življenjska doba

$$LT = -\frac{1}{\lambda} \ln(R_{min})$$

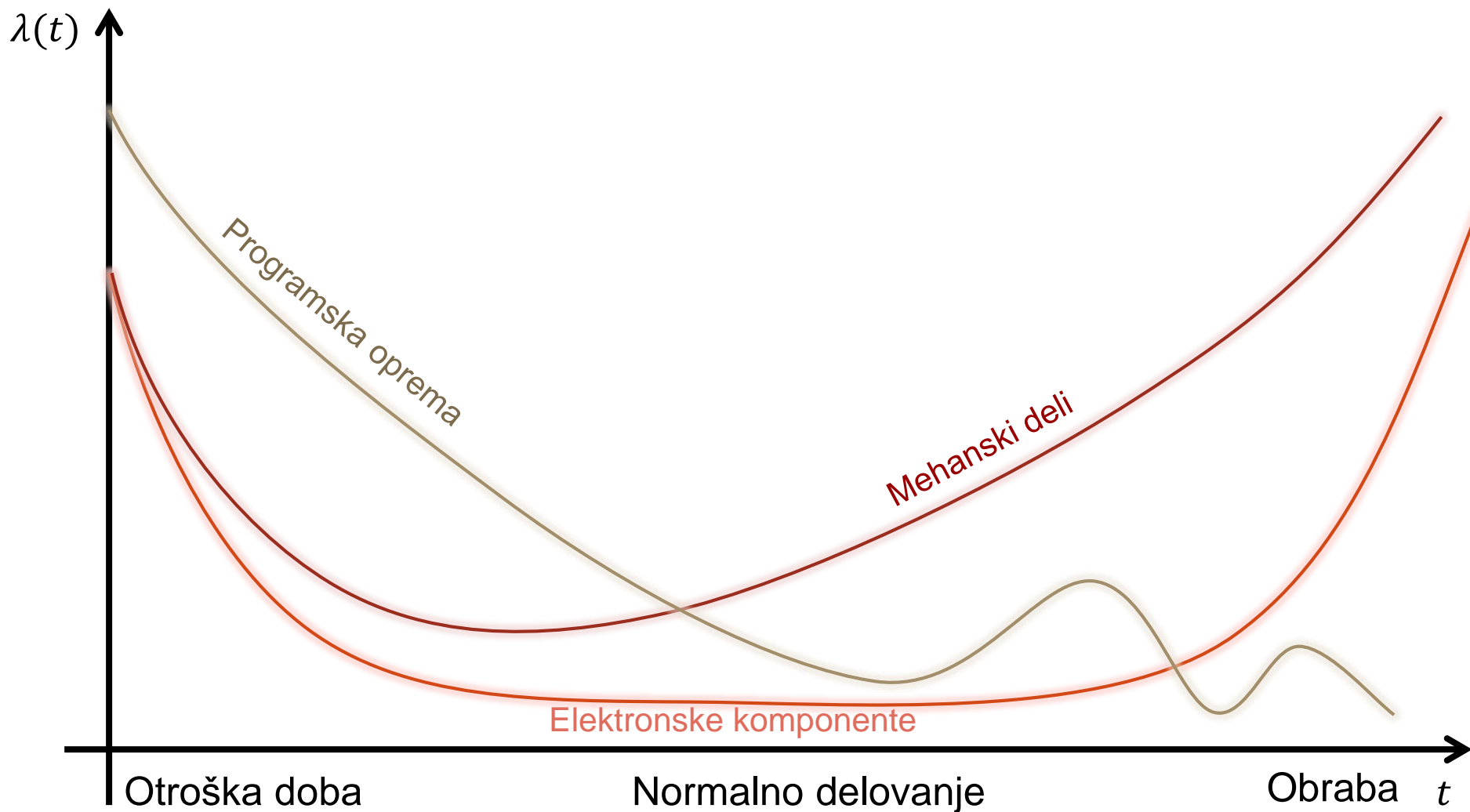
- Pogostost okvar lahko izračunamo iz poteka zanesljivosti

$$\lambda = \frac{\int_0^{\infty} f(t) dt}{\int_0^{\infty} R(t) dt} = \frac{1}{\int_0^{\infty} R(t) dt}$$

Časovni potek zanesljivosti pri $\lambda = 0,5/leto$



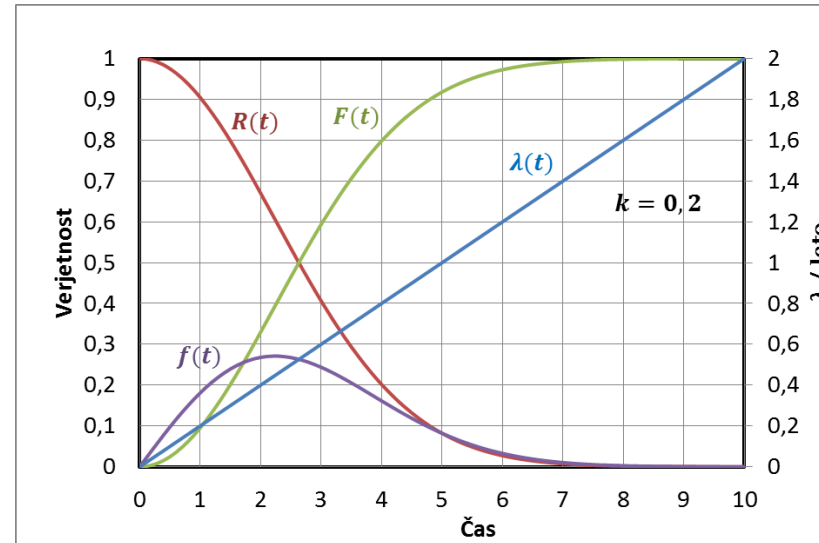
Časovni potek pogostosti okvar $\lambda(t)$



Ostale porazdelitve zanesljivosti

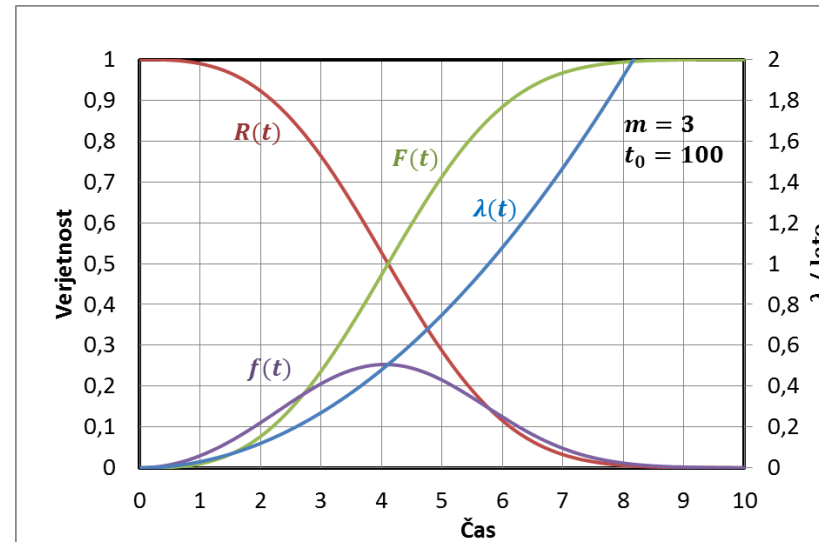
- Rayleightova

- $\lambda(t) = kt$
- $R(t) = e^{-\frac{k}{2}t^2}$
- $f(t) = kte^{-\frac{k}{2}t^2}$
- $MTTF = \sqrt{\frac{\pi}{2k}}$



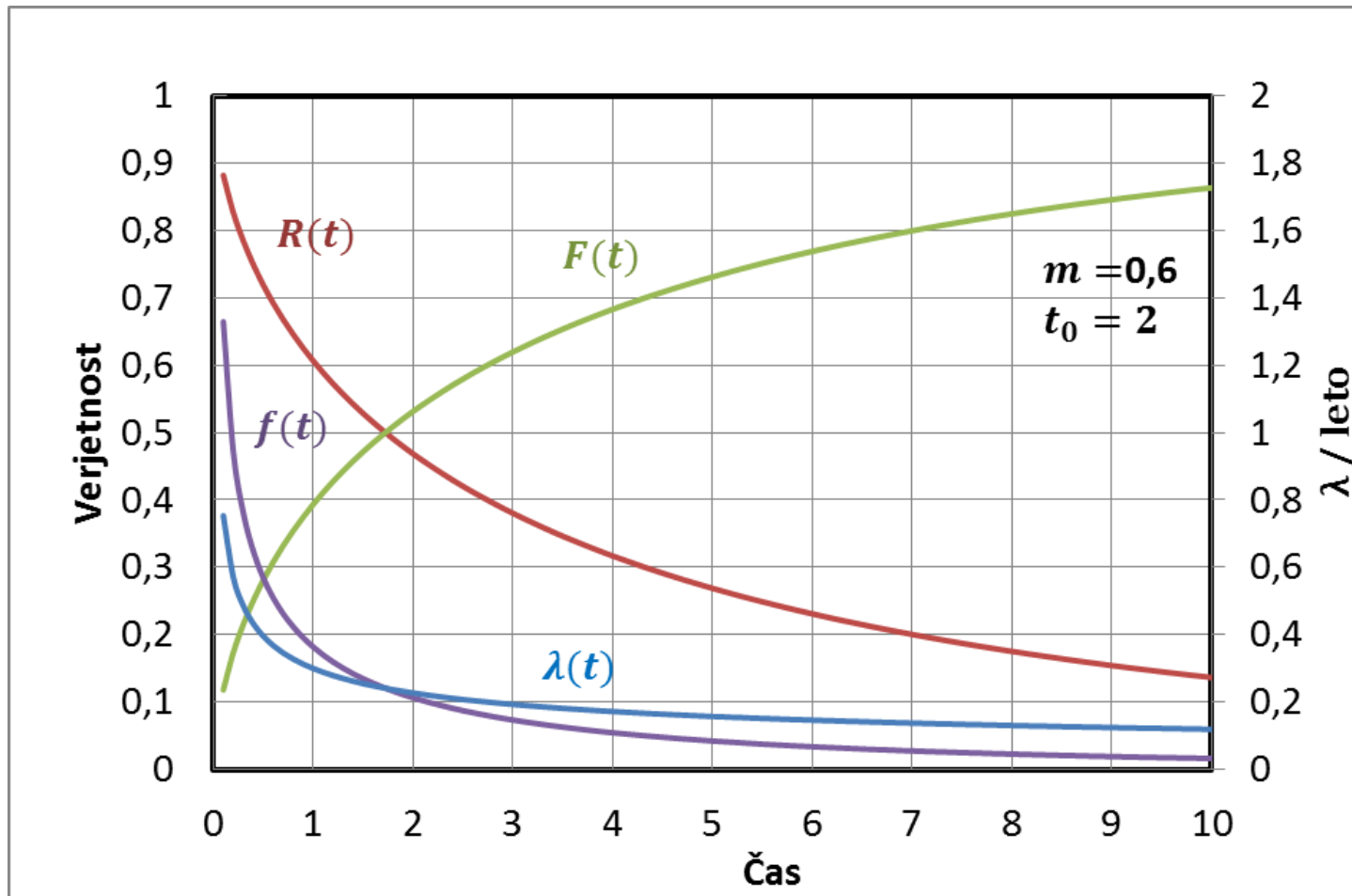
- Weibullova

- $\lambda(t) = \frac{m}{t_0} t^{m-1}$
- $R(t) = e^{-\frac{t^m}{t_0}}$
- $f(t) = \frac{m}{t_0} t^{m-1} e^{-\frac{t^m}{t_0}}$
- $MTTF = t_0^{\frac{1}{m}} \Gamma\left(\frac{1}{m} + 1\right)$



Weibullova porazdelitev pri $m < 1$

- Dobro opisuje pogostost odpovedi v začetni (otroški) dobi



Poissonova porazdelitev

- Podaja verjetnost nastopa več naključnih dogodkov v določenem časovnem obdobju
- Velja ob predpostavki konstantne pogostosti odpovedi λ
- Je diskretna porazdelitvena na funkcija
- Verjetnost odpovedi n izdelkov v časovnem obdobju od 0 do t je enaka

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}$$

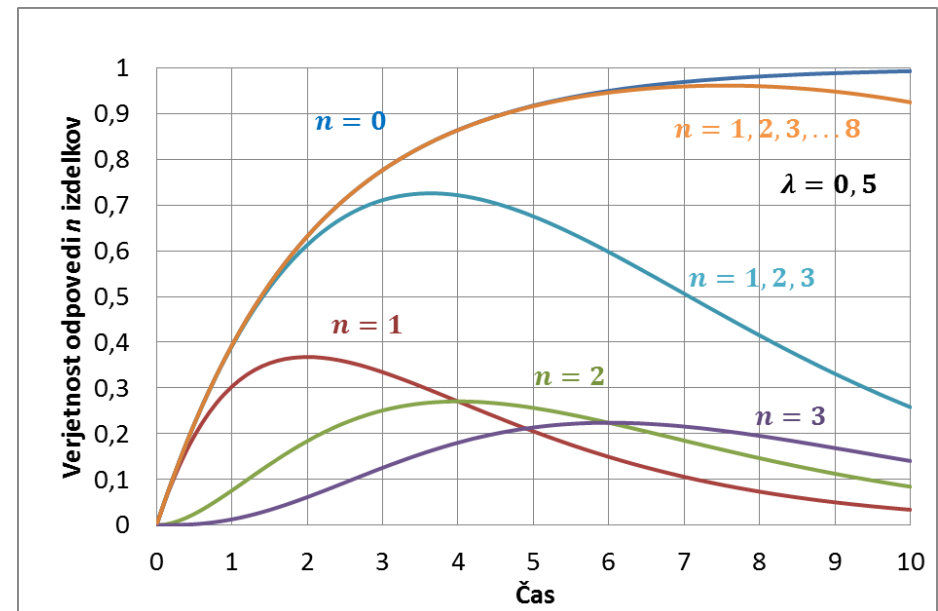
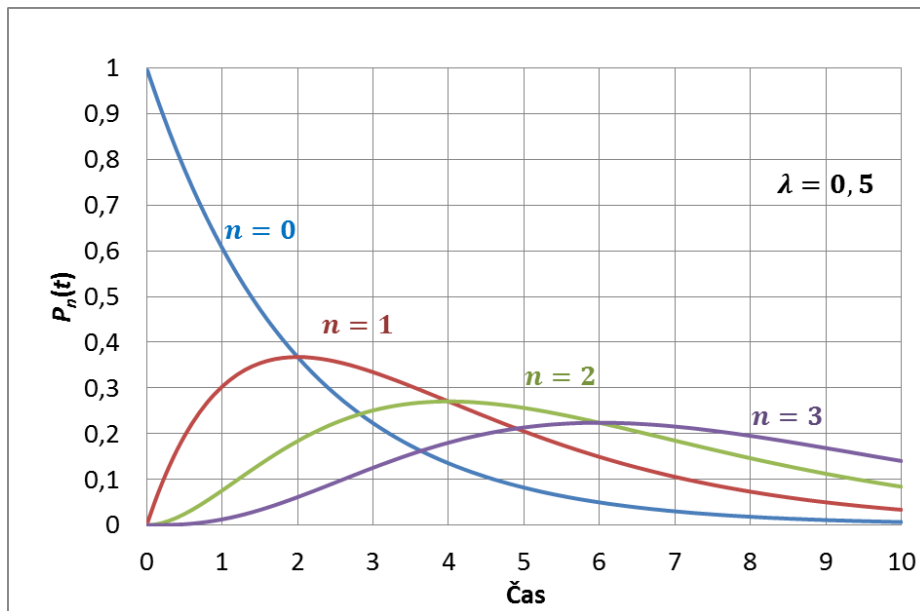
- Če iščemo verjetnost, da v izbranem intervalu ni odpovedi – z drugimi besedami **zanesljivost** ($n = 0$), preide Poissonova enačba v eksponentno porazdelitev zanesljivosti

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^0 e^{-\lambda t}}{0!} = e^{-\lambda t} = R(t)$$

Verjetnost odpovedi n izdelkov

- $n = 0$ – verjetnost neodpovedi = zanesljivost $R(t)$
- $n > 0$ – verjetnost odpovedi točno n izdelkov
 - Verjetnost odpovedi novega izdelka je enaka 0
 - Verjetnost odpovedi točno n izdelkov ima maksimum
 - Če seštejemo verjetnosti odpovedi 1,2,3,... izdelkov, dobimo verjetnost odpovedi po eksponentni porazdelitvi

$$F(t) = \sum_{i=1}^{\infty} P_i(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

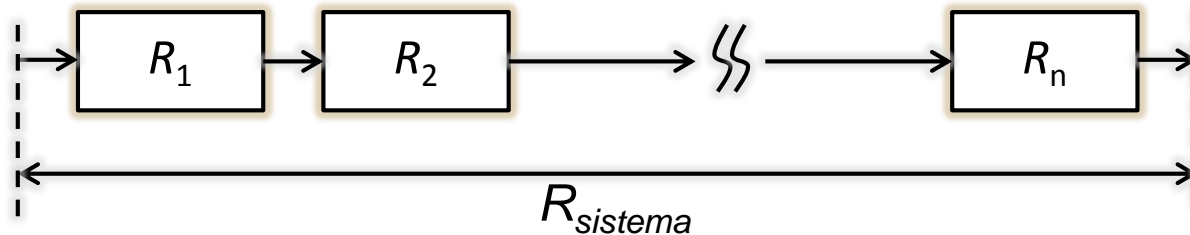


Računanje zanesljivosti sistema

- Med načrtovanjem zanesljivosti naprave moramo poznati
 - Zanesljivosti posameznih gradnikov
 - Meritve
 - Baze podatkov
 - Vpliv odpovedi gradnika na delovanje naprave
 - Zaporedno povezani sistem
 - Vzporedno povezani sistem
 - Sistem z avtomatsko korekcijo napak
 - Redundantni oz. rezervni sistemi
 - Vroča rezerva
 - Hladna rezerva
 - Okoljske pogoje delovanja naprave
 - Modeliranje vpliva s fizikalnimi zakonitostmi

Zaporedno povezan sistem

- Kjer odpoved enega gradnika povzroči odpoved sistema



- Zanesljivost je produkt zanesljivosti posameznih gradnikov

$$R_{sist}(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \cdot \dots \cdot R_n(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t)$$

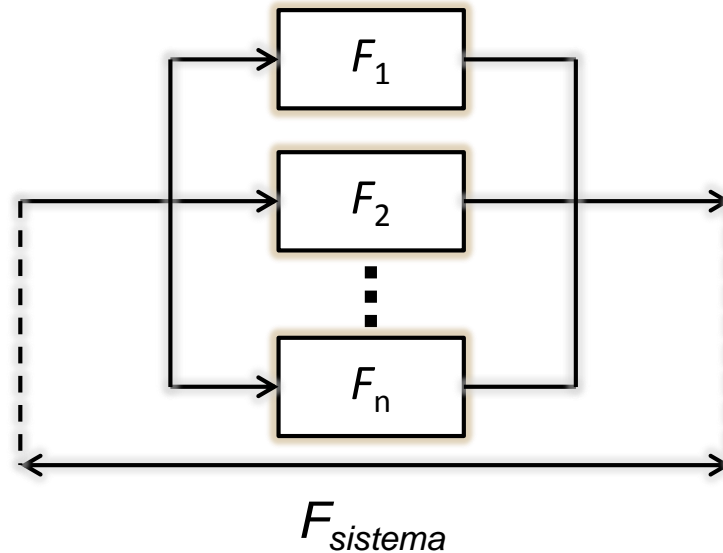
- Če je pogostost opovedi λ konstantna (eksponentna porazdelitev zanesljivosti), potem velja

$$R_{sist}(t) = \prod_{i=1}^n e^{-\lambda_i t} = e^{-\sum_{i=1}^n \lambda_i t}$$

$$\lambda_{sist} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \sum_{i=1}^n \lambda_i$$

Vzporedno povezan sistem

- Kjer odpoved vseh gradnikov šele povzroči odpoved sistema



- Verjetnost odpovedi sistema je produkt verjetnosti odpovedi posameznih gradnikov

$$F_{sist}(t) = F_1(t) \cdot F_2(t) \cdot \dots \cdot F_n(t) = \prod_{i=1}^n F_i(t)$$

Vzporedno povezan sistem

- Reševanje vzporednega sistema za dva gradnika:

- $F_{sist}(t) = F_1(t)F_2(t) = (1 - R_1(t))(1 - R_2(t))$

- $F_{sist}(t) = 1 - R_1(t) - R_2(t) + R_1(t)R_2(t)$

- $R_{sist}(t) = 1 - F_{sist}(t) = R_1(t) + R_2(t) - R_1(t)R_2(t)$

- V primeru konstantne pogostosti opovedi λ

$$R_{sist}(t) = e^{-\lambda_1 t} + e^{-\lambda_2 t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}$$

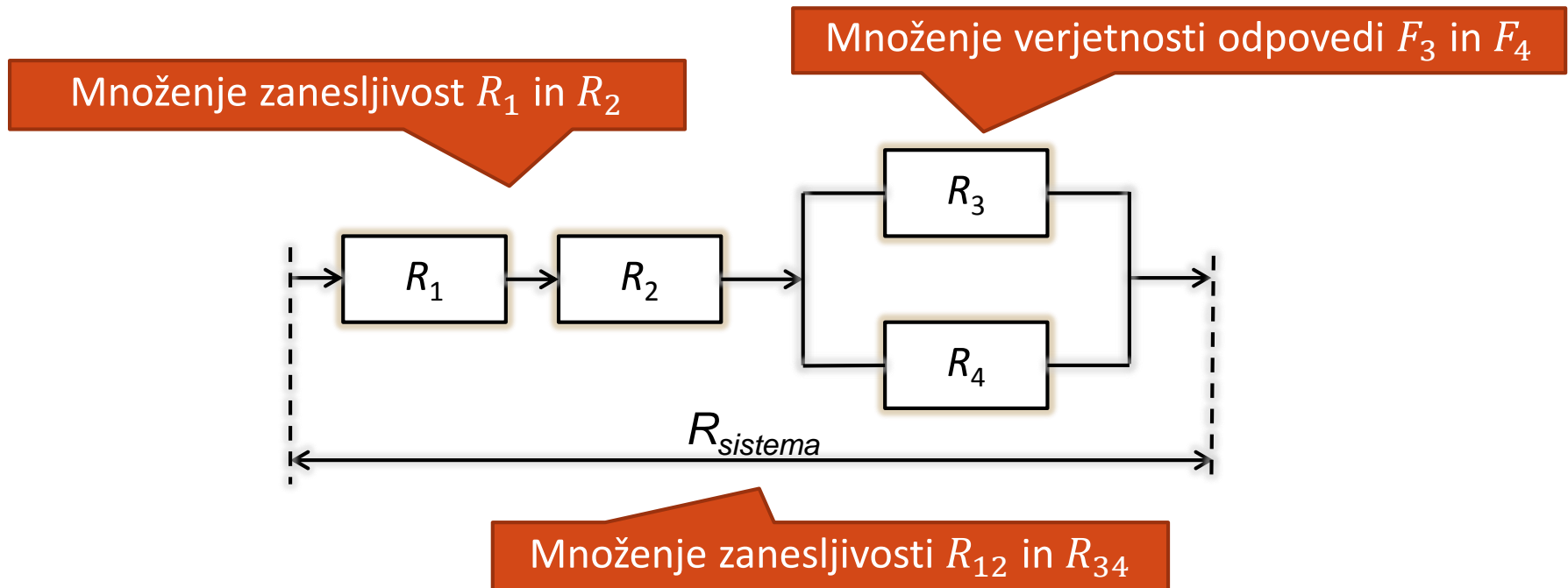
- Je pogostost odpovedi vzporednega sistema dveh gradnikov

$$MTTF = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \int_0^{\infty} t \cdot \frac{-dR_{sist}(t)}{dt} dt =$$

$$\int_0^{\infty} \left(t\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + t\lambda_2 e^{-\lambda_2 t} - t(\lambda_1 + \lambda_2) e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \right) dt = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

Zaporedno-vzporedno povezan sistem

- Upoštevamo zakonitosti vezav posameznih gradnikov



- $R_{12} = R_1 R_2$
- $R_{34} = 1 - F_{34} = 1 - (1 - R_3)(1 - R_4)$
- $R_{sist} = R_{12} R_{34} = R_1 R_2 [1 - (1 - R_3)(1 - R_4)]$

Časovni poteki zanesljivosti $R(t)$

